

Раздел программы: Элементы комбинаторики.

Тема: «Сочетания»

АКТУАЛИЗАЦИЯ ЗНАНИЙ.

1. ЧТО НАЗЫВАЕТСЯ ПЕРЕСТАНОВКОЙ ИЗ N ЭЛЕМЕНТОВ?

(ПЕРЕСТАНОВКОЙ ИЗ N ЭЛЕМЕНТОВ НАЗЫВАЕТСЯ КАЖДОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ЭТИХ ЭЛЕМЕНТОВ В ОПРЕДЕЛЕННОМ ПОРЯДКЕ).

ЗАПИШИТЕ ФОРМУЛУ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ЧИСЛА ПЕРЕСТАНОВОК ИЗ N ЭЛЕМЕНТОВ.

$$(P_N = N!)$$

2. ЧТО НАЗЫВАЕТСЯ РАЗМЕЩЕНИЕМ ИЗ N ЭЛЕМЕНТОВ ПО K?

(РАЗМЕЩЕНИЕМ ИЗ N ЭЛЕМЕНТОВ ПО K НАЗЫВАЕТСЯ ЛЮБОЕ МНОЖЕСТВО, СОСТОЯЩЕЕ ИЗ ЛЮБЫХ K ЭЛЕМЕНТОВ, ВЗЯТЫХ В ОПРЕДЕЛЕННОМ ПОРЯДКЕ ИЗ ДАННЫХ N ЭЛЕМЕНТОВ).

ЗАПИШИТЕ ФОРМУЛУ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ЧИСЛА РАЗМЕЩЕНИЯ ИЗ N ЭЛЕМЕНТОВ ПО K.

$$(A_N^k = N(N-1)(N-2)\dots(N-(k-1))).$$

III. РАБОТА НАД НОВЫМ МАТЕРИАЛОМ

ПРИМЕР 1

ПУСТЬ В КОРОБКЕ НАХОДИТСЯ ПЯТЬ ПРОНУМЕРОВАННЫХ ШАРОВ $\{1,2,3,4,5\}$. ПЕРЕЧИСЛИТЕ ВСЕ СПОСОБЫ ВЫБОРА ДВУХ ШАРОВ ИЗ ЭТИХ ПЯТИ.

КАЖДОМУ СПОСОБУ ВЫБОРА ДВУХ ШАРОВ ИЗ ПЯТИ СООТВЕТСТВУЕТ НЕКОТОРОЕ ДВУХЭЛЕМЕНТНОЕ ПОДМНОЖЕСТВО ПЯТИЭЛЕМЕНТНОГО МНОЖЕСТВА. ПЕРЕЧИСЛИМ ЭТИ ПОДМНОЖЕСТВА:

**ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ, ЧТО ПОДМНОЖЕСТВА (2,1) И (1,2)
СОДЕРЖАТ ОДИН И ТОТ ЖЕ НАБОР ЭЛЕМЕНТОВ И
ПОЭТОМУ ОТОЖДЕСТВЛЯЮТСЯ**

(1,2)

(1,3)

(1,4)

(1,5)

(2,3)

(2,4)

(2,5)

(3,4)

(3,5)

(4,5)

ЧИСЛОМ СОЧЕТАНИЙ ИЗ N ЭЛЕМЕНТОВ M (ОБОЗНАЧАЕТСЯ: $\binom{M}{N}$ ЧИТАЕТСЯ "ЦЕ ИЗ ЭН ПО ЭМ") НАЗЫВАЕТСЯ ЧИСЛО M-ЭЛЕМЕНТНЫХ ПОДМНОЖЕСТВ N-ЭЛЕМЕНТНОГО МНОЖЕСТВА.

БУКВА С ВЫБРАНА ДЛЯ ОБОЗНАЧЕНИЯ ЧИСЛА СОЧЕТАНИЙ В СВЯЗИ ТЕМ, ЧТО ПО-ФРАНЦУЗСКИ СЛОВО "СОЧЕТАНИЕ" - "COMBINAISON" - НАЧИНАЕТСЯ С ЭТОЙ БУКВЫ.

В ПРЕДЫДУЩЕМ ПРИМЕРЕ МЫ НАШЛИ ЧИСЛО СОЧЕТАНИЙ ИЗ 5 ПО 2:

ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ЧИСЛА СОЧЕТАНИЙ СУЩЕСТВУЕТ ОЧЕНЬ УДОБНАЯ И КРАСИВАЯ ФОРМУЛА. ЧТОБЫ ЕЮ ПОЛЬЗОВАТЬСЯ, НАДО СНАЧАЛА ВВЕСТИ ОДНО ОБОЗНАЧЕНИЕ - ФАКТОРИАЛ.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2.3. ПУСТЬ N - НАТУРАЛЬНОЕ ЧИСЛО. ЧЕРЕЗ N! (ЧИТАЕТСЯ "ЭН ФАКТОРИАЛ") ОБОЗНАЧАЕТСЯ ЧИСЛО, РАВНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЮ ВСЕХ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ 1 ОТ ДО N:

$$N! = 1 * 2 * 3 * \dots * N$$

В СЛУЧАЕ, ЕСЛИ N=0, ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПОЛАГАЕТСЯ:

$$0! = 1$$

ПРИМЕР 2 НАЙДЕМ ЗНАЧЕНИЯ СЛЕДУЮЩИХ ВЫРАЖЕНИЙ:

$$1! = 1$$

$$2! = 1 * 2 = 2$$

$$3! = 1 * 2 * 3 =$$

$$4! = 1 * 2 * 3 * 4 =$$

$$5! = 1 * 2 * 3 * 4 * 5 =$$

$$6! = 1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 =$$

ТЕОРЕМА 2.1.

ЧИСЛО СОЧЕТАНИЙ ИЗ N ПО M НАХОДИТСЯ ПО СЛЕДУЮЩЕЙ ФОРМУЛЕ:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!} \quad (2.1)$$

В ПРИМЕРЕ 1 МЫ НАШЛИ ЗНАЧЕНИЕ $C_5^2 = 10$

ПРОВЕРИМ ЭТОТ РЕЗУЛЬТАТ С ПОМОЩЬЮ ФОРМУЛЫ

(2.1): $C_5^2 = \frac{5!}{2!3!} = \frac{1*2*3*4*5}{1*2*1*2*3} = \frac{4*5}{2} = 10$

ЗАМЕТИМ, ЧТО ТО - ЖЕ САМОЕ ЗНАЧЕНИЕ МЫ

ПОЛУЧИМ, ЕСЛИ БУДЕМ НАХОДИТЬ $C_5^3 = \frac{5!}{3!2!} = \frac{1*2*3*4*5}{1*2*3*1*2} = \frac{4*5}{2} = 10$

ДЕЙСТВИТЕЛЬНО, В ОБЩЕМ СЛУЧАЕ НЕТРУДНО

ЗАМЕТИТЬ, ЧТО ПРАВАЯ ЧАСТЬ ФОРМУЛЫ (2.1) БУДЕТ

ОДНОЙ И ТОЙ ЖЕ ДЛЯ ВЫРАЖЕНИЙ, ПОЭТОМУ

СПРАВЕДЛИВА ФОРМУЛА: $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!} \quad (2.1)$

$$C_n^m = C_n^{n-m} \quad (2.2)$$

ПРИМЕР 3

РАССМОТРИМ ЗАДАЧУ:

ИЗ ОТРЯДА СОЛДАТ В 50 ЧЕЛОВЕК, СРЕДИ КОТОРЫХ ЕСТЬ РЯДОВОЙ ИВАНОВ, НАЗНАЧАЮТСЯ В КАРАУЛ 4 ЧЕЛОВЕКА. СКОЛЬКИМИ СПОСОБАМИ МОЖЕТ БЫТЬ СОСТАВЛЕН КАРАУЛ? В СКОЛЬКИХ СЛУЧАЯХ В ЧИСЛО КАРАУЛЬНЫХ ПОПАДЕТ РЯДОВОЙ ИВАНОВ? А В СКОЛЬКИХ СЛУЧАЯХ НЕ ПОПАДЕТ?

ПРИМЕР 4

РАБОТА ПО УЧЕБНИКУ СТР49

Д/З: П. 33; №768; № 769; ; № 770; 782