



Решение задач по формуле вероятности

Однотипные задачи под номерами одного цвета.

Чтобы увидеть решение задачи, кликните по тексту.

Чтобы увидеть ответ к задаче, кликните по кнопке:



• *Справочный материал*



Классическое определение вероятности

Вероятностью события A называется отношение числа благоприятных для него исходов испытания к числу всех равновозможных исходов.

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

где m - число исходов, благоприятствующих осуществлению события,

а n - число всех возможных исходов.



Некоторые свойства и формулы

1. Вероятность достоверного события равна единице.
2. Вероятность невозможного события равна нулю.
3. Сумма вероятностей противоположных событий равна 1.
4. Формула сложения вероятностей совместных событий:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

5. Вероятность появления одного из двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

6. Вероятность произведения независимых событий A и B (наступают одновременно) вычисляется по формуле:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B).$$

7. Формула умножения вероятностей:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A),$$

где $P(B/A)$ – условная вероятность события B ,
при условии, что событие A наступило.



8. Формула Бернулли – формула вероятности k успехов в серии из n испытаний

$$P(A) = C_n^k p^k q^{n-k},$$

где C_n^k – число сочетаний,

p – вероятность успеха,

$q = 1 - p$ – вероятность неудачи.

При подбрасывании симметричной монеты, когда $p = q = \frac{1}{2}$, формула Бернулли принимает вид:

$$P(A) = \frac{C_n^k}{2^n}.$$

Например, вероятность выпадения орла дважды в трех испытаниях:

$$P(A) = \frac{C_3^2}{2^3} = \frac{3}{8}.$$



Некоторые методы решения задач

1. Большинство задач можно решить с помощью классической формулы вероятности:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

2. Задачи с монетами (и игральной костью) при небольшом количестве подбрасываний удобно решать методом перебора комбинаций.

Метод перебора комбинаций:

- выписываем все возможные комбинации орлов и решек. Например, OO, OR, RO, RR . Число таких комбинаций – n ;
- среди полученных комбинаций выделяем те, которые требуются по условию задачи (благоприятные исходы), – m ;
- вероятность находим по формуле:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$



3. При решении задач с монетами число всех возможных исходов можно посчитать по формуле $n = 2^N$,

где N – количество бросков, 2 – число исходов в одном испытании (орел или решка). Например, монету подбросили 3 раза, тогда число всех исходов $2^3 = 8$; четыре раза - $2^4 = 16$.

Аналогично при бросании кубика $n = 6^N$,

где N – количество бросков, 6 – число исходов в одном испытании (1, 2, 3, 4, 5 или 6). Например, кубик подбросили 3 раза, тогда число всех исходов - $6^3 = 216$.

4. Комбинаторный метод решения можно применять при подсчете количества исходов с помощью формул комбинаторики.



• Решение задач по формуле вероятности

1. Папа, **мама**, сын и дочка бросили жребий – кому мыть посуду. Найдите вероятность того, что посуду будет мыть мама.

Ответ:



Решение



$n = 4$ – число всех элементарных исходов;

$m = 1$ – число благоприятных исходов
(жребий выпал на маму).

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{4} = 0,25$$

Ответ: 0,25



2. Женя, Лена, Маша, Аня и Коля бросили жребий – кому идти в магазин. Найдите вероятность того, что в магазин надо будет идти Ане.

Ответ:



Решение

$n = 5$ – число всех возможных исходов;

$m = 1$ – число благоприятных исходов
(в магазин идти Ане).

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{5} = 0,2$$

Ответ: 0,2



3. Фабрика выпускает сумки. В среднем на 100 качественных сумок приходится 8 сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.

Ответ:



Решение

$n = 100 + 8 = 108$ – число всех возможных исходов (всего сумок);

$m = 100$ – число благоприятных исходов (качественная сумка).

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{100}{108} \approx 0,93$$



Ответ: 0,93



4. В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 9 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Ответ:



Решение

$n = 1000$ – число всех возможных исходов (всего насосов);

$m = 1000 - 9 = 991$ – число благоприятных исходов (насос не подтекает).

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{991}{1000} = 0,991$$

Ответ: 0,991



5. В сборнике билетов по биологии всего 55 билетов, в 11 из них встречается вопрос по ботанике. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по ботанике.

Ответ:



Решение

$n = 55$ – число всех возможных исходов;

$m = 11$ – число благоприятных исходов (вопрос по ботанике).


$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{11}{55} = 0,2$$



Ответ: 0,2



6. На семинар приехали трое ученых из Норвегии, четверо из России и трое из Испании. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что восьмым окажется доклад ученого из России.

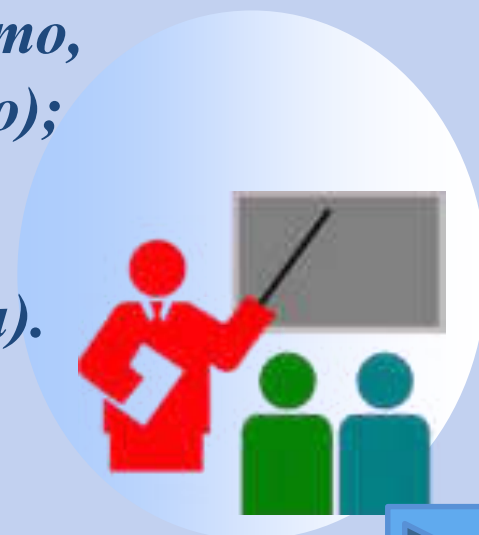
Ответ: 

Решение

$n = 3+4+3=10$ – число всех возможных исходов, (число всех претендентов на это, в данном случае восьмое, место);

$m = 4$ – число благоприятных исходов (число претендентов из России).

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{4}{10} = 0,4$$



Ответ: 0,4



7. В чемпионате по гимнастике участвуют 20 спортсменок: 8 из России, 7 из США, остальные — из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая.

Ответ: 

Решение

$n = 20$ – число всех возможных исходов, (число всех претендентов на это место, причем это может быть 1, 2, ..., 8, последнее место);

$m = 20 - (8+7) = 5$ – число благоприятных исходов (число претендентов из Китая)

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{5}{20} = 0,25$$

Ответ: 0,25



8. Конкурс исполнителей проводится в 5 дней. Всего заявлено 80 выступлений – по одному от каждой страны. В первый день 8 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

Решение

Ответ:



$n = 80$ – число всех возможных исходов
(всех возможных порядковых номеров
выступления представителя России);

$m = (80-8): 4 = 18$ – число благоприятных
исходов (порядковых номеров, приходящихся
на второй, третий, четвертый и пятый дни).

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{18}{80} = 0,225$$

Ответ: 0,225



9. В чемпионате мира участвуют 20 команд. С помощью жребия их нужно разделить на четыре группы по пять команд в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп: 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 3 3 3 3 3 4 4 4 4 4. Капитаны команд тянут по карточке. Какова вероятность того, что команда Великобритании окажется во второй группе?

Ответ:



Решение

$n = 20$ – число всех возможных исходов (всего карточек);

$m = 5$ – число благоприятных исходов (число карточек с номером 2).

$$P = \frac{m}{n} = \frac{5}{20} = 0,25$$

Ответ: 0,25



10. *Перед началом первого тура чемпионата по Бадминтону участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 бадминтонистов, среди которых 10 участников из России, в том числе Руслан Орлов. Найдите вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо бадминтонистом из России?*

Ответ:



Решение

$n = 26 - 1 = 25$ – число всех возможных исходов (число соперников);

$m = 10 - 1 = 9$ – число благоприятных исходов (число соперников-россиян);

Сам с собой он играть не будет!



$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{9}{25} = 0,36$$

Ответ: 0,36



11. Перед началом первого тура чемпионата по шахматам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 76 шахматистов, среди которых 4 участника из России, в том числе Александр Ефимов. Найдите вероятность того, что в первом туре Александр Ефимов будет играть с каким-либо шахматистом из России?

Ответ:



Решение

$n = 76 - 1 = 75$ – число всех возможных исходов
(число соперников),

$m = 4 - 1 = 3$ – число благоприятных исходов
(число соперников-россиян)

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{3}{75} = 0,04$$

Ответ: 0,04



12. *Перед началом первого тура чемпионата по теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 46 теннисистов, среди которых 19 участников из России, в том числе Ярослав Исаков. Найдите вероятность того, что в первом туре Ярослав Исаков будет играть с каким-либо теннисистом из России?*

Ответ:



Решение

$$n = 46 - 1 = 45$$

– число всех возможных исходов
(равно числу соперников)

$$m = 19 - 1 = 18$$

– число благоприятных исходов
(при которых соперником будет россиянин)

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{18}{45} = 0,4$$

Ответ: 0,4



Задачи, решаемые с помощью формулы вероятности **Ответы**

1. Папа, мама, сын и дочка бросили жребий – кому мыть посуду. Найдите вероятность того, что посуду будет мыть мама.

2. Женя, Лена, Маша, Аня и Коля бросили жребий – кому идти в магазин. Найдите вероятность того, что в магазин надо будет идти Ане.

3. Фабрика выпускает сумки. В среднем на 100 качественных сумок приходится 8 сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной.

4. В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 9 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

5. В сборнике билетов по биологии всего 55 билетов, в 11 из них встречается вопрос по ботанике. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по ботанике.



6. На семинар приехали 3 ученых из Норвегии, 4 из России и 3 из Испании. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что восьмым окажется доклад ученого из России.



7. В чемпионате по гимнастике участвуют 20 спортсменок: 8 из России, 7 из США, остальные - из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая.



8. Конкурс исполнителей проводится в 5 дней. Всего заявлено 80 выступлений - по одному от каждой страны. В первый день 8 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?



9. В чемпионате мира участвуют 20 команд. С помощью жребия их нужно разделить на четыре группы по пять команд в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп: 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 3 3 3 3 3 4 4 4 4 4. Капитаны команд тянут по карточке. Какова вероятность того, что команда Великобритании окажется во второй группе?



10. Перед началом первого тура чемпионата по бадминтону участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 бадминтонистов, среди которых 10 участников из России, в том числе Руслан Орлов. Найдите вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо бадминтонистом из России?



11. Перед началом первого тура чемпионата по шахматам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 76 шахматистов, среди которых 4 участника из России, в том числе Александр Ефимов. Найдите вероятность того, что в первом туре Александр Ефимов будет играть с каким-либо шахматистом из России?



12. Перед началом первого тура чемпионата по теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 46 теннисистов, среди которых 19 участников из России, в том числе Ярослав Исаков. Найдите вероятность того, что в первом туре Ярослав Исаков будет играть с каким-либо теннисистом из России?





Источники:

- 1. И.Р. Высоцкий, И.В. Яценко Рабочая тетрадь
ЕГЭ 2012 Математика .Задача В10*
- 2. Первое сентября. Математика, январь, март 2012*
- 3. ЕГЭ 3000 задач с ответами. Математика.
Все задания группы В. Закрытый сегмент / А.Л. Семенов,
И.В. Яценко, и др. /– Издательство «Экзамен», 2012.*
- 4. <http://mathege.ru> Открытый банк заданий по
математике*
- 5. <http://www.postupivuz.ru>*
- 6. <http://alexlarin.com>*
- 7. <http://www.berdov.com>*
- 8. <http://www.youtube.com>*

